Sistemi LTI a tempo continuo

Tracciamento di grafici della risposta in frequenza:

diagrammi di Bode

Esercizi- Risposta in frequenza

Data una funzione di trasferimento $G(s) = \frac{\mu}{s^g} \frac{\prod_{i=1}^{m} (1 + sT_i)}{\prod_{i=1}^{n} (1 + s\tau_i)}$

Ci sono due rappresentazioni grafiche nel dominio delle frequenze:

- **-Diagrammi di Bode: Modulo e Fase**
- **-Diagramma polare o di Nyquist**

- Diagrammi di Bode ASINTOTICI: qualche richiamo...

Modulo

- ascisse: $\log \omega$ $\quad (\log x := \log_{10} x)$
- ordinate: $|G(j\omega)|_{\text{dB}}$ $\quad (x_{\text{dB}} := 20 \log x)$

Regole per il tracciamento del diagr. asint. del modulo

- Pendenza iniziale $20 \log \mu - g\, 20 \log \omega$
- Il tratto iniziale passa per $|\mu|_{\text{dB}}$ in $\omega = 1$
- Cambi di pendenza in corrispondenza di poli e zeri:
  - zero $+1 \Longrightarrow +20$ dB $\times$ decade
  - polo -1
- Pendenza finale = nr. zeri – nr. poli $\begin{cases} \leq 0 \\ = 0 \end{cases}$

Cfr. Parte 8, 28 e segg.

Fase

- ascisse: $\log \omega$
- ordinate: $\arg G(j\omega)$ in gradi

Regole per il tracciamento del diagr. asint. della fase

- Valore iniziale $\arg(\mu) - g\, 90^\circ$
- Cambi di valore in corrispondenza di poli e zeri:

	$\mathcal{R}e < 0$	$\mathcal{R}e > 0$
poli	-90°	$+90^\circ$
zeri	$+90^\circ$	-90°

Cfr. Parte 8, 28 e segg.

Esercizi

1. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100\,(1+0.2s)}{s^2\,(1+0.01s)}$$

poli $-100,\ 0,\ 0$

zeri -5

μ 100

g 2

Andamento:

Modulo

$\omega \geq 0$ $\quad 20\log 100 - 20 \cdot 2 \cdot \log\omega$

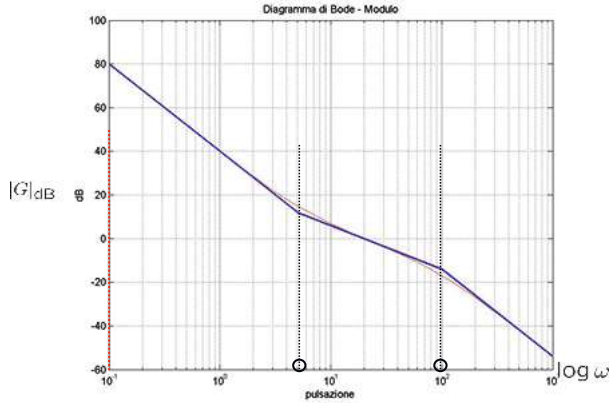
al passaggio per $\omega = 5$ (zero)

la pendenza cambia di $+20$ dB per decade

al passaggio per $\omega = 100$ (polo)

la pendenza cambia di -20 dB per decade

Esercizio 1. Diagramma di Bode del modulo



$\omega = 0.01$ $\quad \omega = 5$ $\quad \omega = 100$

Fase

$\omega \geq 0$ $\quad \arg\mu - g \cdot 90^\circ \quad \Longrightarrow -180^\circ$

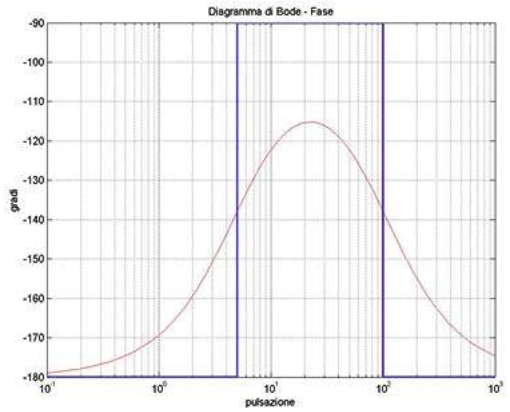
al passaggio per $\omega = 5$ (zero nel semipiano sinistro)

la fase cambia di $+90^\circ$

al passaggio per $\omega = 100$ (polo nel semipiano sinistro)

la fase cambia di -90°

Esercizio 1. Diagramma di Bode della fase



2. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{20(s+2)}{(s+1)(s+4)(s+5)}$$

poli	$-1, -4, -5$
zeri	-2
μ	2
g	0

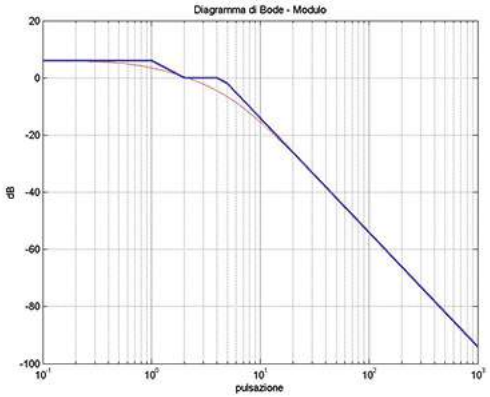
Andamento:

Modulo

$\omega \geq 0$ $\quad 20 \log 2 - 20 \cdot 0 \cdot \log \omega$

al passaggio per		la pendenza cambia di	
$\omega = 1$	polo	-20 dB	per decade
$\omega = 2$	zero	$+20$ dB	per decade
$\omega = 4$	polo	-20 dB	per decade
$\omega = 5$	polo	-20 dB	per decade

Esercizio 2. Diagramma di Bode del modulo

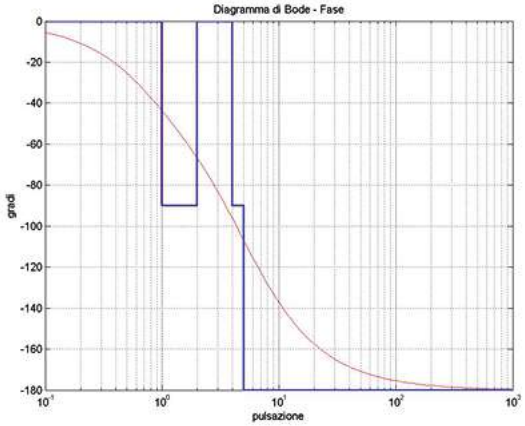


Fase

$\omega \geq 0 \qquad \arg\mu - 0 \cdot 90^\circ \qquad \Longrightarrow 0^\circ$

al passaggio per		la fase cambia di	dunque la fase e':
$\omega = 1$	polo	-90°	-90°
$\omega = 2$	zero	$+90^\circ$	0°
$\omega = 4$	polo	-90°	-90°
$\omega = 5$	polo	-90°	-180°

Esercizio 2. Diagramma di Bode della fase



3. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento, che presenta poli complessi:

$$G(s) = \frac{20(s+1)}{(s+2)(s^2+4s+100)}$$

poli $\quad -2,\ -2+j9.798,\ -2-j9.798$

zeri $\quad -1$

$\mu \quad \dfrac{20}{2 \cdot 100} = \dfrac{1}{10}$

g $\quad 0$

ω_n?

$\omega_n = \sqrt{\mathcal{R}e(p)^2 + \mathcal{I}m(p)^2}$

...

$\omega_n = 10$

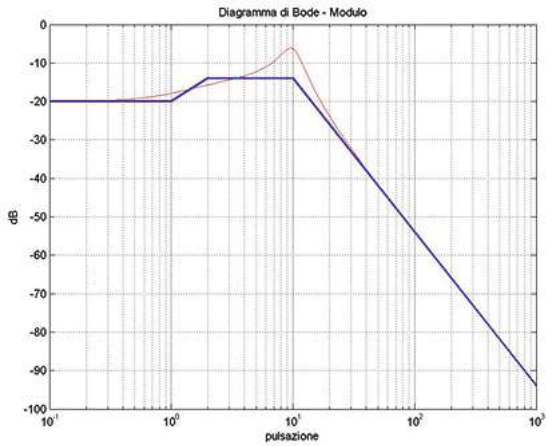
Andamento:

Modulo

$\omega \geq 0 \qquad 20 \log \frac{1}{10} - 20 \cdot 0 \cdot \log \omega$

al passaggio per		la pendenza cambia di	
$\omega = 1$	polo	$+20$ dB	per decade
$\omega = 2$	zero	-20 dB	per decade
$\omega = 10$	pulsazione naturale	-40 dB	per decade

Esercizio 3. Diagramma di Bode del modulo



Fase

$\omega \geq 0 \qquad \arg\mu - 0 \cdot 90^\circ \qquad \Longrightarrow \; 0^\circ$

al passaggio per		la fase cambia di	dunque la fase e':
$\omega = 1$	polo	-90°	-90°
$\omega = 2$	zero	$+90^\circ$	0°
$\omega = 10$	pulsazione naturale	-180°	-180°

Esercizio 3. Diagramma di Bode della fase

