PROVA SCRITTA DI IDENTIFICAZIONE E CONTROLLO ADATTATIVO
A.A. 2010/2011

31 gennaio 2011

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema descritto da

$$y(t) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)} u(t-2) + \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)} e(t)$$

in cui $u(t)$ è una variabile esogena mentre $e(t)$ è un **rumore bianco** a valore atteso nullo e varianza unitaria

$$e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

Domanda 1.1

Si progetti il controllore che minimizza la cifra di merito

$$J = \text{var} [y(t+2) + \beta u(t) - y^o(t)] , \quad \beta \in \mathbb{R}$$

Domanda 1.2

Considerando ancora il sistema di controllo determinato in risposta alla domanda 1.1, si supponga ora che il segnale di riferimento sia costante (di valore qualsiasi)

$$y^o = \bar{y}^o$$

Determinare in queste condizioni la **varianza** dell'errore di predizione $y(t) - \bar{y}^o$ **a regime**.

Esercizio 2

Di un processo stocastico stazionario a media nulla $y(t)$ sono noti i campioni

$$y(1) = 1, y(2) = 0, y(3) = 2$$

Domanda 2.1

Si determini nella classe di modelli

$$\mathcal{M} : \quad y(t) = \eta(t) + a\eta(t-1) \quad \eta \sim \text{WN}(0, \lambda^2)$$

un modello che, utilizzato come predittore ad un passo, minimizzi la cifra di merito seguente

$$J = \frac{1}{3} \sum_{t=1}^3 (y(t) - \hat{y}(t|t-1))^2$$

Si assuma

$$y(t) = 0, \hat{y}(t|t-1) = 0 \quad t \leq 0$$