

PROVA SCRITTA DI IDENTIFICAZIONE E CONTROLLO ADATTATIVO
A.A. 2014/2015

30 gennaio 2015

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

Si consideri il processo stocastico descritto dall'equazione alle differenze

$$y(t) = \frac{1}{3}y(t-2) + e(t) + \frac{1}{2}e(t-1) + w(t)$$

in cui $e(t)$ è un **rumore bianco** a valore atteso nullo e varianza $\lambda^2 = 1$

$$e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

mentre $w(t)$ è un segnale deterministico che vale

$$w(t) = 2 \forall t$$

Domanda 1.1

Calcolare valore atteso e varianza del processo stocastico $y(t)$.

Domanda 1.2

Si consideri il processo stocastico $\tilde{y}(t)$ ottenuto **depolarizzando** $y(t)$. Calcolare il predittore ad un passo $\hat{\tilde{y}}(t|t-1)$ a partire dai dati.

Domanda 1.3

Calcolare il predittore a due passi $\hat{y}(t|t-2)$ di $\tilde{y}(t)$ a partire dai dati.

Domanda 1.4

Si consideri ora il processo stocastico originario $y(t)$. Calcolare il predittore ad un passo $\hat{y}(t|t-1)$ di $y(t)$ a partire dai dati.

Esercizio 2

Domanda 2.1

Con riferimento al processo stazionario

$$\mathcal{S}: \quad y(t) = e(t) \quad e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

si vuole identificare $y(t)$ a partire dalla classe di modelli AR(2)

$$\mathcal{M}: y(t) = y(t-1) + ay(t-2) + \eta(t), \quad \eta(\cdot) \sim WN(0, \lambda^2)$$

Ovviamente i modelli della classe \mathcal{M} sono tutti in forma canonica.

Si determini il parametro \hat{a} del modello, appartenente alla classe \mathcal{M} , minimizzando la cifra di merito

$$J(a) = E \left[(y(t) - \hat{y}(t|t-2; a))^2 \right]$$

Si supponga che il modello venga identificato avendo a disposizione un numero infinito di dati del processo $y(t)$, generato da \mathcal{S} .

Attenzione al fatto che nella cifra di merito da minimizzare si utilizza il predittore a due passi.

Esercizio 3

Si consideri il sistema descritto da

$$y(t) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)} u(t-2) + \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)} e(t)$$

dove $u(t)$ è una variabile di controllo esogena (un ingresso manipolabile) mentre

$$e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

Domanda 3.1

Si progetti il **controllore** che **minimizza** la seguente cifra di merito

$$J = \text{var} [y(t+2) - y^o(t)]$$

quando il segnale di riferimento $y^o(t)$ è pari a

$$y^o(t) = 2 \quad \forall t$$