

PROVA SCRITTA DI IDENTIFICAZIONE E CONTROLLO ADATTATIVO  
A.A. 2014/2015

19 marzo 2015

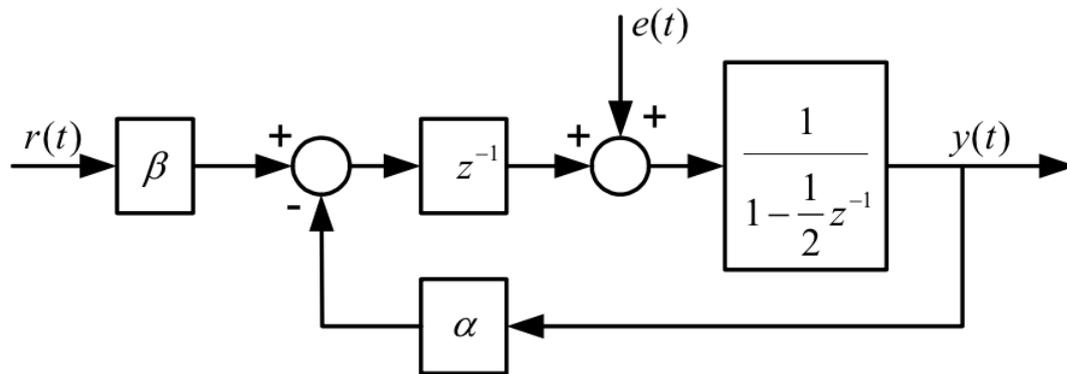
**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

**Esercizio 1**

Si consideri il processo stocastico descritto dallo schema a blocchi in figura:



I due segnali  $e(t)$  ed  $r(t)$  sono realizzazioni di **rumori bianchi indipendenti**, entrambi con valore atteso nullo e varianza unitaria

$$e(t) \sim \text{WN}(0, 1) \quad r(t) \sim \text{WN}(0, 1)$$

Inoltre i parametri  $\alpha$  e  $\beta$  sono parametri reali qualsiasi

$$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

**Domanda 1.1**

Determinare, motivando la risposta, per quali valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  il processo di regime  $y(t)$  risulta **stazionario**.

**Domanda 1.2**

Determinare i valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali la **varianza** del processo stazionario di regime risulti **minima**.

**Esercizio 2**

Con riferimento al processo stazionario MA(2)

$$\mathcal{S}: y(t) = e(t) - \frac{1}{2}e(t-2) \quad e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

si vuole identificare  $y(t)$  a partire dalla classe di modelli MA(1)

$$\mathcal{M}: y(t) = \eta(t) + c\eta(t-1), \quad \eta(\cdot) \sim WN(0, \lambda^2)$$

Ovviamente i modelli della classe  $\mathcal{M}$  sono tutti in forma canonica.

**Domanda 2.1**

Si determini il parametro  $\hat{c}$  del modello, appartenente alla classe  $\mathcal{M}$ , minimizzando la cifra di merito

$$J(c) = E \left[ (y(t) - \hat{y}(t|t-1; c))^2 \right]$$

Si supponga che il modello venga identificato avendo a disposizione un numero infinito di dati del processo  $y(t)$ , generato da  $\mathcal{S}$ .

**Esercizio 3**

Si consideri il sistema AR(2)

$$y(t) = 0.25 y(t - 1) + 0.25 y(t - 2) + e(t)$$

dove

$$e(\cdot) \sim WN(0, 1)$$

**Domanda 3.1**

Ricavare le equazioni di Yule–Walker per il sistema AR(2) appena descritto. Sfruttare le equazioni appena trovate per calcolare i primi 3 valori della funzione di autocorrelazione del processo.