

PROVA SCRITTA DI IDENTIFICAZIONE E CONTROLLO ADATTIVO
A.A. 2016/2017

10 febbraio 2017

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

È assegnato il processo stocastico

$$y(t) = e(t) \quad e(\cdot) \equiv \mathcal{WN}(0, 1)$$

Domanda 1.1

Si vuole identificare il processo di $y(t)$ a partire dalla classe di modelli AR(2)

$$\mathcal{M}: \quad y(t) = y(t-1) + a y(t-2) + \eta(t) \quad \eta(\cdot) \approx \text{WN}(0, \lambda^2)$$

Si supponga che tutti i modelli nella classe \mathcal{M} siano in forma canonica.

Si determini il valore del parametro \hat{a} del modello appartenente alla classe \mathcal{M} che minimizza la cifra di merito

$$J = \text{E} \left[(y(t) - \hat{y}(t|t-2; a))^2 \right]$$

NB: nella cifra di merito compare un predittore **a 2 passi**.

Esercizio 2

Di un processo stazionario $y(t)$ a media nulla sono noti i seguenti campioni

$$y(1) = 2, \quad y(2) = 0, \quad y(3) = 2$$

Domanda 2.1

A partire da questi dati si identifichi un modello che minimizzi la cifra di merito

$$J = \frac{1}{3} \sum_{t=1}^3 [y(t) - \hat{y}(t|t-1)]^2$$

nella classe di modelli

$$\mathcal{M}: \quad y(t) = \eta(t) + a\eta(t-1) \quad \eta(\cdot) \approx \text{WN}(0, \lambda^2)$$

Si assuma $y(t) = 0$ e $\hat{y}(t|t-1) = 0$ per $t < 0$.

Domanda 2.2

Sulla base del risultato della domanda precedente, stimare la varianza $\hat{\lambda}^2$ del rumore nel modello. Quanto vale $\hat{y}(4|3)$?

Esercizio 3

Si considerino due variabili casuali (scalari) d e ϑ , entrambe a valor atteso nullo.

Domanda 3.1

Si scriva la formula di Bayes per la stima lineare di ϑ da d e la si commenti.