

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI SISTEMI E DEL CONTROLLO  
A.A. 2009/2010

2 febbraio 2010

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

**Esercizio 1**

Si consideri il sistema dinamico a tempo continuo descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + \frac{1}{3}x_1^3 - x_2 \end{cases}$$

**Domanda 1.1**

Si determinino gli stati d'equilibrio del sistema.

**Domanda 1.2**

Si consideri la candidata funzione di Lyapunov seguente:

$$V(x) = \frac{3}{4}x_1^2 - \frac{1}{12}x_1^4 + \frac{1}{2}x_1 x_2 + \frac{1}{2}x_2^2$$

e la si sfrutti per provare l'asintotica stabilità dell'origine come stato di equilibrio.

## Esercizio 2

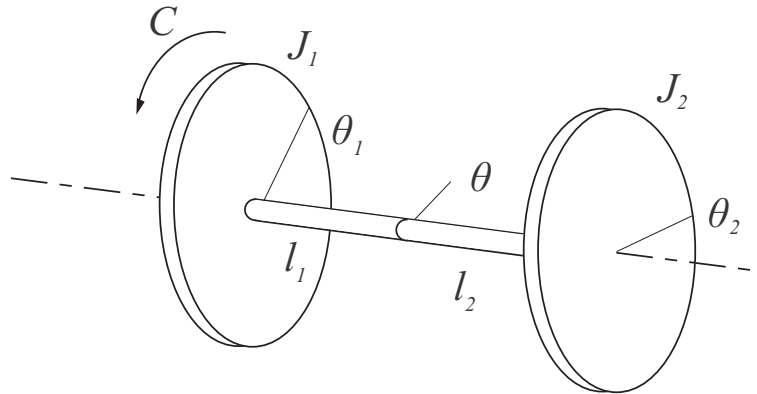


Figura 1:

Si considerino i due volani in figura, i cui momenti di inerzia sono  $J_1$  e  $J_2$ , connessi da un giunto elastico di costante  $k$  e lunghezza  $l$ . Sul primo dei due volani è applicata una coppia  $C(t)$ . Siano  $\vartheta_1$  e  $\vartheta_2$  gli angoli dei volani rispetto ad uno stesso riferimento fisso e  $\vartheta$  l'angolo di una sezione intermedia del giunto, posta ad una distanza  $l_1$  dal primo volano. Il sistema è retto dalle equazioni seguenti

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\vartheta}_1(t) &= -k(\vartheta_1(t) - \vartheta_2(t)) + C(t) \\ J_2 \ddot{\vartheta}_2(t) &= -k(\vartheta_2(t) - \vartheta_1(t)) \end{cases}$$

mentre, supponendo lineare l'andamento della torsione lungo il giunto, si può scrivere

$$\vartheta(t) = \frac{l_1}{l} \vartheta_1(t) + \frac{l - l_1}{l} \vartheta_2(t).$$

## Domanda 2.1

Si determini una descrizione in equazioni di stato per il sistema, assumendo come uscita l'angolo  $\vartheta$ .

**Domanda 2.2**

Si dica per quale scelta di  $l_1$  il sistema risulta non completamente osservabile.