

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI SISTEMI E DEL CONTROLLO
A.A. 2009/2010

16 febbraio 2010

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema dinamico a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \tan(x_2) - \frac{x_1}{2} + u \end{cases}$$

Domanda 1.1

Sfruttando una funzione di Lyapunov di tipo quadratico, cioè della forma:

$$V(x) = \alpha x_1^2 + \beta x_2^2$$

con α e β scelti opportunamente, si dimostri che l'ingresso $u = -kx_2$ rende l'origine stato di equilibrio stabile per ogni scelta di $k > 1$.

Domanda 1.2

Sulla base dell'analisi svolta rispondendo alla domanda precedente, si può affermare che per $k \leq 1$ l'origine è stato di equilibrio instabile? **Motivare la risposta.**

Esercizio 2

Si consideri il **sistema dinamico lineare a tempo discreto** descritto dalle equazioni:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Domanda 2.1

Dire se è possibile, utilizzando una opportuna sequenza per il segnale di comando $u(k)$, raggiungere lo stato

$$\bar{x} = [-1 \ 5 \ 2]^T$$

partendo dallo stato iniziale

$$x(0) = [0 \ -1 \ -2]^T$$

Quale è, se possibile, il minimo numero di passi? Ed il massimo numero di passi? **Motivare la risposta.**

Nel caso sia possibile, determinare una sequenza per il segnale di comando $u(k)$.