

PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI SISTEMI E DEL CONTROLLO  
A.A. 2009/2010

14 settembre 2010

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

### Esercizio 1

Si consideri il seguente sistema dinamico a tempo continuo, del secondo ordine:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -f(x_2) - g(x_1)\end{aligned}$$

dove  $f$  e  $g$  sono funzioni continue e derivabili che godono della cosiddetta *proprietà di passività*, ossia:

$$\begin{aligned}\sigma f(\sigma) &\geq 0 \quad \forall \sigma \\ \sigma g(\sigma) &\geq 0 \quad \forall \sigma\end{aligned}$$

e l'uguaglianza è verificata se e solo se  $\sigma = 0$ .

#### Domanda 1.1

Si dimostri che l'origine è *l'unico* stato di equilibrio per il sistema.

#### Domanda 1.2

Si verifichi che la funzione:

$$V(x) = \frac{x_2^2}{2} + \int_0^{x_1} g(\sigma) d\sigma$$

è una candidata funzione di Lyapunov e la si sfrutti per dimostrare che l'origine è stato di equilibrio stabile.

#### Domanda 1.3

Cosa si può dire sulla eventuale stabilità *asintotica* dell'origine?

## Esercizio 2

Si consideri il **sistema dinamico lineare a tempo continuo** descritto in figura:

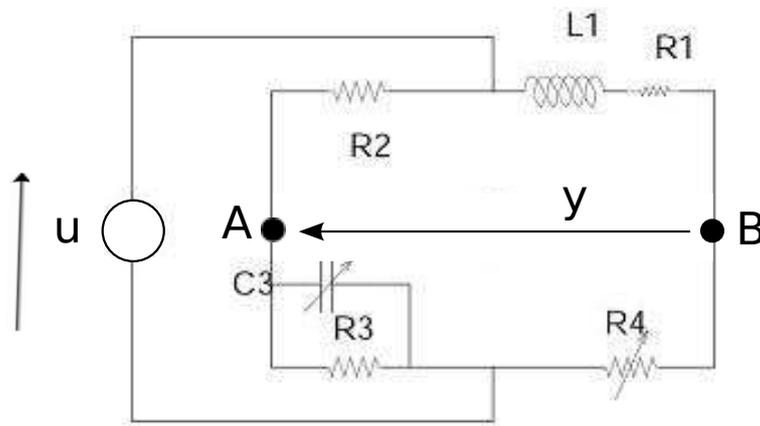


Figura 1: Schema a blocchi

Si tratta di uno schema del noto **ponte di Maxwell**, utilizzato solitamente per eseguire misure di induttanza.

### Domanda 2.1

Si determini una realizzazione in equazioni di stato per il sistema, nelle ipotesi

- l'ingresso sia la tensione  $u(t)$  applicata come in figura;
- l'uscita  $y(t)$  sia la tensione misurata tra i due punti A e B evidenziati in figura.

ed assegnando ai vari componenti i valori:

- resistori  $R_2$ ,  $R_3$  ed  $R_4$  con resistenza pari a  $10\Omega$
- condensatore con capacità  $C_3 = 0.1\mu F$ ;
- bobina con resistenza interna di valore  $R_1 = 2\Omega$  ed induttanza  $L_1 = 5mH$ .

**Domanda 2.2**

Quale è l'ordine minimo del sistema?  
Motivare la risposta.