PROVA SCRITTA DI TEORIA DEI SISTEMI E DEL CONTROLLO
A.A. 2010/2011

4 luglio 2011

nome e cognome:

numero di matricola:

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico autonomo:

$$\dot{x}(t) \quad = \quad A\,x(t)$$

dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ \alpha & -1 \end{bmatrix}$$

Domanda 1.1

Si determinino i valori di α per cui il sistema è asintoticamente stabile.

Domanda 1.2

Si determinino i valori di α per cui la funzione

$$V(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

è funzione di Lyapunov per il sistema.

Esercizio 2

Si consideri il sistema a tempo discreto descritto dalle equazioni di stato

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= x_1(k) + 2x_2(k) + 3x_3(k) + u(k) \\ x_2(k+1) &= 4x_1(k) + 5x_2(k) + 6x_3(k) \\ x_3(k+1) &= 3x_1(k) + 2x_2(k) + x_3(k) + u(k) \\ y(k) &= x_1(k) \end{cases}$$

Domanda 2.1

Determinare la decomposizione in forma canonica di Kalman del sistema, mettendo in evidenza gli eventuali modi raggiungibili, osservabili, non raggiungibili, non osservabili.

Domanda 2.2

Sulla base del risultato trovato nella risposta alla domanda precedente (domanda 2.1), che cosa si può dire dell'ordine minimo del sistema?