

Schemi a blocchi

Introduzione

Schemi a blocchi: generalità

Schemi a blocchi per sistemi dinamici lineari tempo-invarianti

Utili per

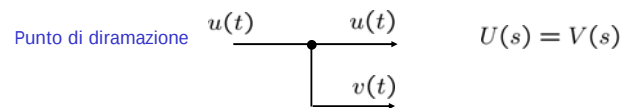
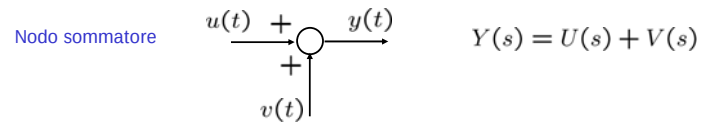
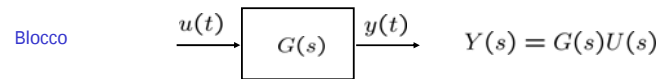
- rappresentare sistemi dinamici costituiti da **sottosistemi interagenti** tra loro.
- mettere in evidenza, in maniera **grafica**, le **interazioni** tra i sottosistemi componenti.
- agevolare la **determinazione della funzione di trasferimento** tra una particolare variabile d'**ingresso** ed una data variabile d'**uscita**.
- Valgono **proprietà analoghe** nei due casi di **sistemi a tempo continuo** ed **a tempo discreto**:
 - per semplicità allora le **proprietà** verranno analizzate **solo nel caso di sistemi a tempo continuo**, mentre poi saranno applicate ad esempi sia a tempo continuo che a tempo discreto.

Schemi a blocchi

Elementi base Regole di elaborazione

- Elementi base

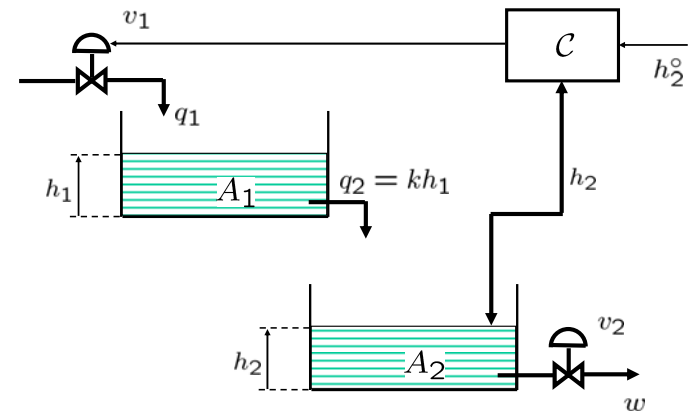
Parte 5, 5



Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

Esempio

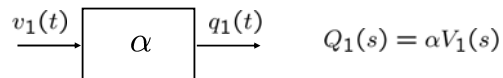
Parte 5, 6



Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

- Valvola 1

Parte 5, 7



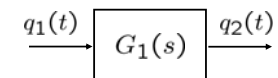
Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

- Serbatoio 1

Parte 5, 8

$$\begin{cases} A_1 \dot{h}_1 = q_1 - kh_1 \\ q_2 = kh_1 \end{cases}$$

↳ $G_1(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = k(A_1s + k)^{-1} = \frac{k}{A_1s + k}$

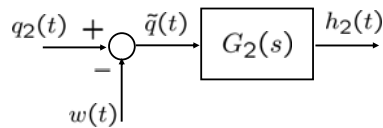


Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

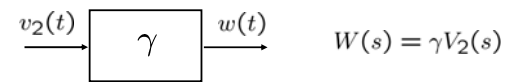
- Serbatoio 2

$$A_2 \dot{h}_2 = \underbrace{q_2}_{\tilde{q}} - w$$

$$\downarrow H_2(s) = G_2(s) \tilde{Q}(s) = \boxed{\frac{1}{sA_2}} [Q_2(s) - W(s)]$$

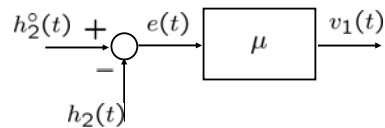


- Valvola 2

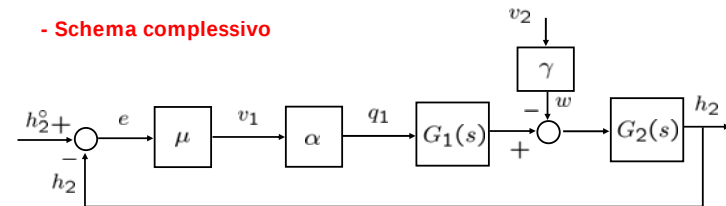


- Controllore proporzionale

$$v_1(t) = \mu [\underbrace{h_2^o(t) - h_2(t)}_{e(t)}]$$



- Schema complessivo



FDT tra h_2^o e h_2 ?

FDT tra v_2 e h_2 ?

FDT tra v_2 e e ?

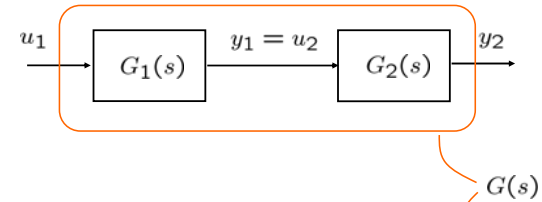
.....

- Regole di elaborazione negli schemi a blocchi

- Blocchi

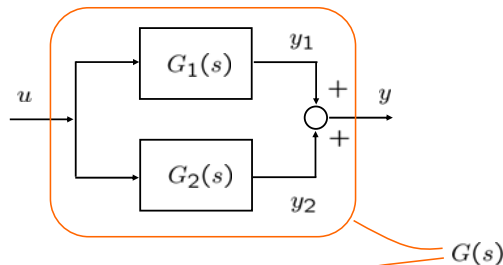
- in serie
- in parallelo
- in retroazione

- Blocchi in serie



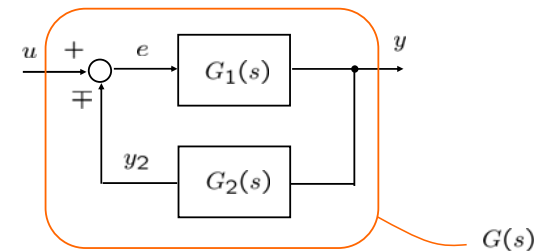
$$Y_2(s) = G_2(s)U_2(s) = G_2(s)Y_1(s) = \boxed{G_2(s)G_1(s)} U_1(s)$$

- Blocchi in parallelo



$$\begin{aligned} Y(s) &= Y_1(s) + Y_2(s) = G_1(s)U(s) + G_2(s)U(s) \\ &= \boxed{[G_1(s) + G_2(s)]} U(s) \end{aligned}$$

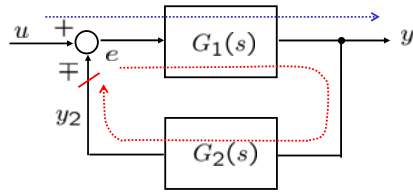
- Blocchi in retroazione



$$\begin{aligned} Y(s) &= G_1(s)E(s) = G_1(s)[U(s) \mp Y_2(s)] \\ &= G_1(s)[U(s) \mp G_2(s)Y(s)] \end{aligned}$$

$$\rightarrow Y(s)[1 \pm G_1(s)G_2(s)] = G_1(s)U(s)$$

$$\rightarrow Y(s) = \boxed{\frac{G_1(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)}} U(s)$$

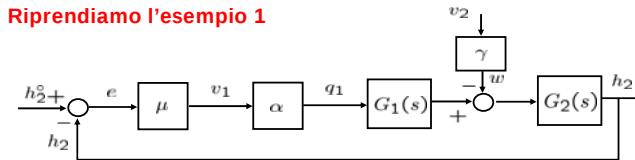


$$G(s) = \frac{\text{FDT "IN ANDATA"}}{1 \pm \text{FDT "D'ANELLO"}}$$

FDT "IN ANDATA" = Prodotto delle FDT tra u e y in anello aperto

FDT "D'ANELLO" = Prodotto delle FDT lungo l'anello spezzandolo in un punto qualunque

- Riprendiamo l'esempio 1

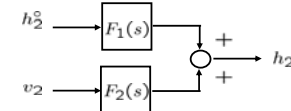


Utilizzando la sovrapp. degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta mettendo a 0 gli altri. In questo caso poniamo prima $v_2 = 0$ e poi $h_2^o = 0$

$$(v_2 = 0) \quad \frac{H_2(s)}{H_2^o(s)} = \frac{\mu \alpha G_1(s) G_2(s)}{1 + \mu \alpha G_1(s) G_2(s)} = F_1(s)$$

$$(h_2^o = 0) \quad \frac{H_2(s)}{V_2(s)} = \frac{-\gamma G_2(s)}{1 + \mu \alpha G_1(s) G_2(s)} = F_2(s)$$

Sono uguali (non e' un caso!!!)



(sovrapposizione degli effetti)

Sostituendo le formule per $G_1(s)$ e $G_2(s)$

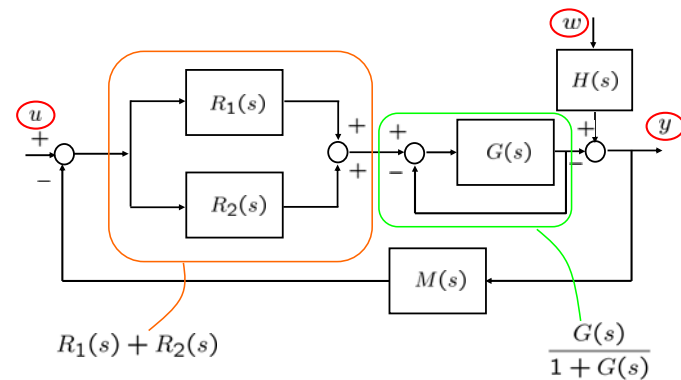
$$G_1(s) = \frac{k}{A_1 s + k} \quad G_2(s) = \frac{1}{s A_2}$$

$$F_1(s) = \frac{\mu \alpha G_1(s) G_2(s)}{1 + \mu \alpha G_1(s) G_2(s)} = \frac{\frac{\alpha \mu k}{s A_2 (A_1 s + k)}}{1 + \frac{\alpha \mu k}{s A_2 (A_1 s + k)}} = \frac{\alpha \mu k}{s A_2 (A_1 s + k) + \alpha \mu k}$$



$$F_2(s) = \frac{-\gamma G_2(s)}{1 + \mu \alpha G_1(s) G_2(s)} = \frac{-\frac{\gamma}{s A_2}}{1 + \frac{\alpha \mu k}{s A_2 (A_1 s + k)}} = -\frac{\gamma (A_1 s + k)}{s A_2 (A_1 s + k) + \alpha \mu k}$$

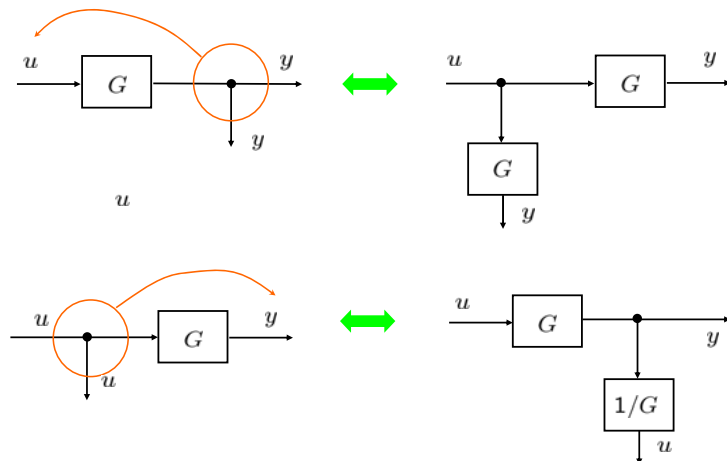
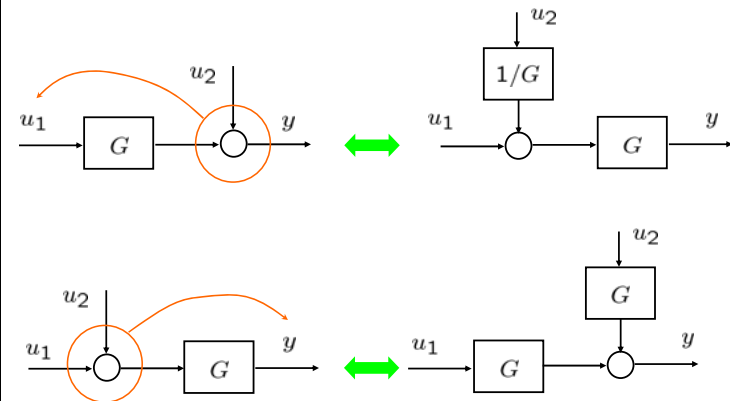
- Esempio



$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-[R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)}}{1 - [R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)} M(s)}$$

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{H(s)}{1 - [R_1(s) + R_2(s)] \frac{G(s)}{1 + G(s)} M(s)}$$

- Altre regole: spostamento di sommatori e punti di diramazione

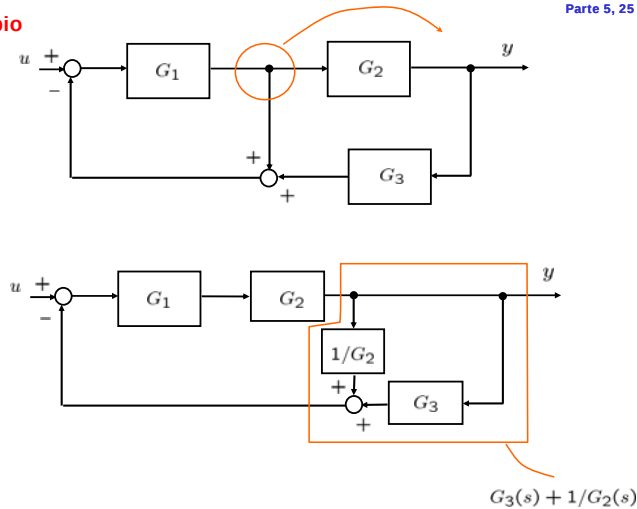


Considerazioni sulle regole di elaborazione degli schemi a blocchi

- Rielaborare gli schemi a blocchi spostando punti di somma e/o punti di diramazione è lecito **SOLTANTO** ai fini del calcolo della FdT complessiva.
- Questa **rielaborazione** dello schema infatti **può modificare l'ordine** del sistema descritto dallo schema a blocchi [es. il modo di operare nel caso di spostamento di un punto di diramazione ...]
- Il sistema trasformato e quello originario **non** sono **equivalenti** per quanto riguarda la descrizione interna, tramite **variabili di stato**.

- Esempio

Parte 5, 25



Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)[G_3(s) + 1/G_2(s)]}$$

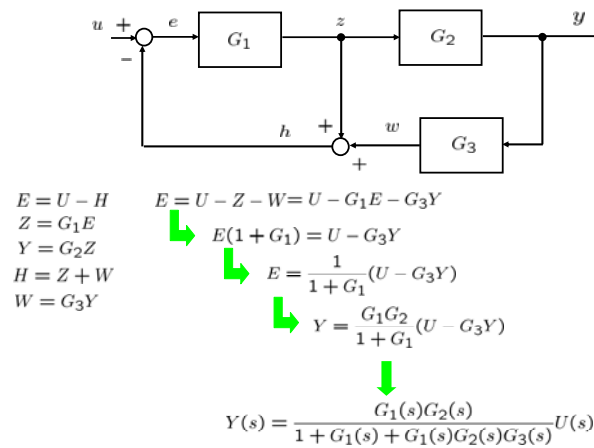
$$= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

Parte 5, 26

Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

- Esempio (procedura alternativa)

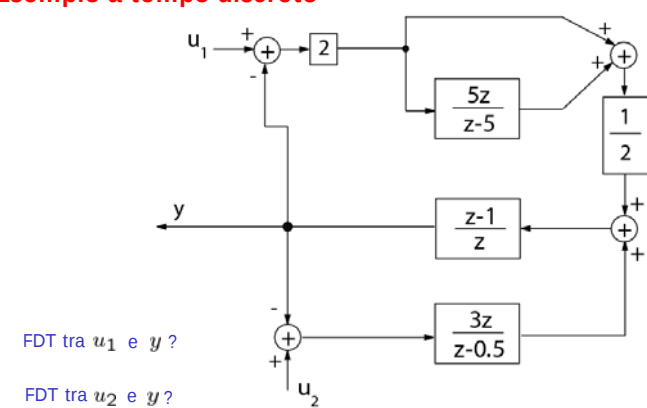
Parte 5, 27



Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

Esempio a tempo discreto

Parte 5, 28

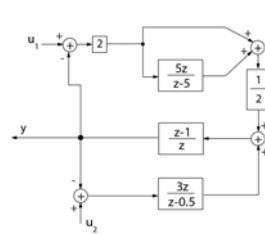


FDT tra u_1 e y ?

FDT tra u_2 e y ?

.....

Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica



Utilizzando la sovrapposizione degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta, ponendo pari a 0 l'altro.

In questo caso poniamo prima $u_2 = 0$ e poi $u_1 = 0$.

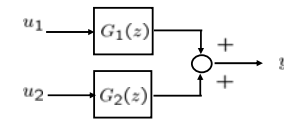
$$u_2 = 0 \rightarrow G_1(z) = \frac{(2z-1)(z-1)(6z-5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$u_1 = 0 \rightarrow G_2(z) = \frac{6z(z-5)(z-1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

Per la sovrapposizione degli effetti infine

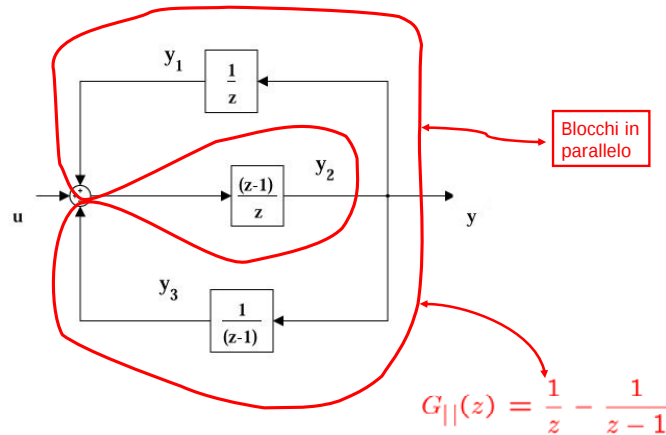
$$G_1(z) = \frac{(2z-1)(z-1)(6z-5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$G_2(z) = \frac{6z(z-5)(z-1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$



$$Y(z) = G_1(z)U_1(z) + G_2(z)U_2(z)$$

Ancora un esempio



$$G_{tot}(z) = \frac{\frac{z-1}{z}}{1 - G_{||}(z) \frac{z-1}{z}}$$

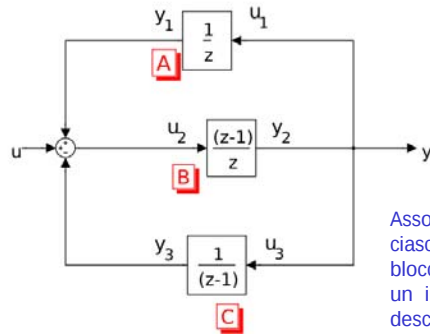
$$G_{||}(z) = -\frac{1}{z(z-1)}$$



$$G_{tot}(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + 1}$$

Un ultimo esempio: procedura alternativa per un sistema a tempo discreto

Parte 5, 33



Associando delle variabili a ciascun ramo dello schema a blocchi, è possibile scrivere un insieme di equazioni che descriva il sistema.

Eliminando tutte le variabili intermedie si giunge all'espressione della FdT cercata.

Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica

Parte 5, 34

$$\begin{cases} U_1(z) = Y_2(z) \\ Y_1(z) = A U_1(z) \\ U_2(z) = U(z) + Y_1(z) - Y_3(z) \\ Y_2(z) = B U_2(z) \\ U_3(z) = Y_2(z) \\ Y_3(z) = C U_3(z) \\ Y(z) = Y_2(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{z} \\ B = \frac{z-1}{z} \\ C = \frac{1}{z-1} \end{cases} \Rightarrow Y(z) = \frac{B}{1 + B(C - A)} U(z)$$

$$G(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + 1}$$

Prof. Thomas Parisini Fondamenti di Automatica