A.a. 2017-2028

Controllo Digitale

Campionamento ed informazione:
teorema del campionamento e filtraggio anti-aliasing

Progetto di regolatori a segnali campionati:
tecniche approssimate: ~~formula di “Eulero implicito” e~~ formula di Tustin

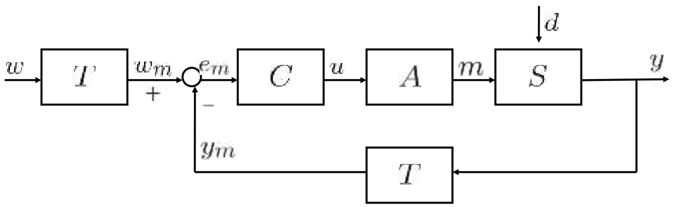
Motivazioni

I sistemi di controllo digitale hanno alcuni vantaggi rispetto ai sistemi di controllo a tempo continuo:

- Flessibilità del SW rispetto all’HW
- Compatibilità rispetto alla strumentazione
- Integrazione di funzioni
- Costi

Controllo a tempo continuo (analogico)

In evidenza i vari componenti del sistema:
trasduttori di misura T, attuatore A, sistema controllato S, controllore C



Tutti i segnali sono segnali a tempo continuo.

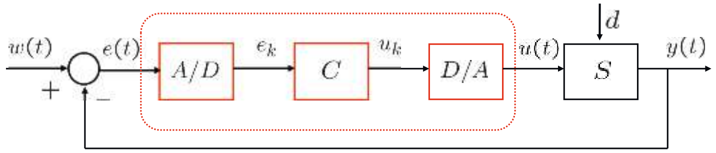
Controllo digitale

- Il controllore analogico viene sostituito con un’**apparecchiatura digitale** (un μC, una scheda DSP, un elaboratore elettronico ecc.).
- Tale dispositivo può elaborare soltanto segnali digitali, quindi ha bisogno di interfacce opportune da e verso il processo da controllare:
  - **Convertitori analogico—digitali** (A/D)
  - **Convertitori digitale—analogici** (D/A)

- Il necessario **sincronismo** tra i convertitori e l'unità di controllo digitale viene garantito da un opportuno **segnale di clock** di periodo T_S (chiamato **periodo di campionamento**).
- L'unità di controllo acquisisce i segnali d'ingresso dagli A/D e fornisce i segnali d'uscita ai D/A soltanto in corrispondenza degli istanti di clock.
- Questi segnali allora sono definiti soltanto in istanti in istanti di tempo discreti, multipli del periodo di clock T_S .
- Segnali con questa caratteristica vengono detti **segnali a tempo discreto**.

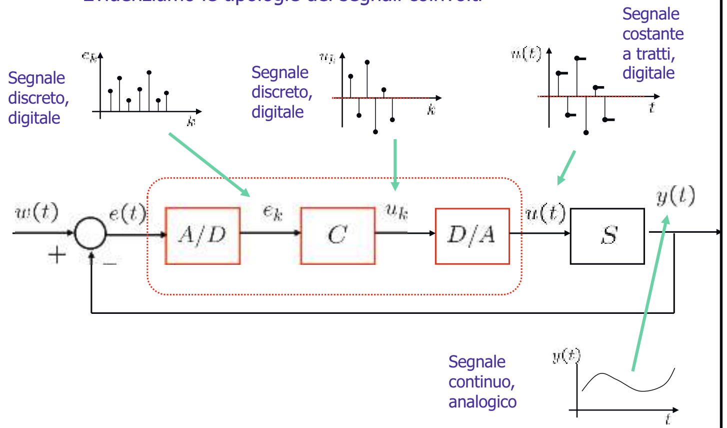
Riassumendo

I sistemi di controllo digitale sono tipicamente strutturati così:



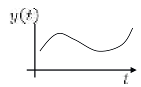
Si tratta di **sistemi ibridi** in cui convivono dinamiche a tempo continuo ed a tempo discreto.

- Evidenziamo le tipologie dei segnali coinvolti

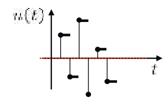


Definizioni

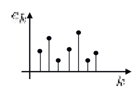
- segnali continui nel tempo



- segnali costanti a tratti, cioè costanti in ogni intervallo [i Δ, (i+1) Δ] con Δ periodo di campionamento

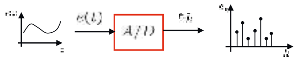


- segnali discreti nel tempo



- segnali analogici: le loro ampiezze possono variare con continuità
- segnali digitali: le loro ampiezze sono quantizzate

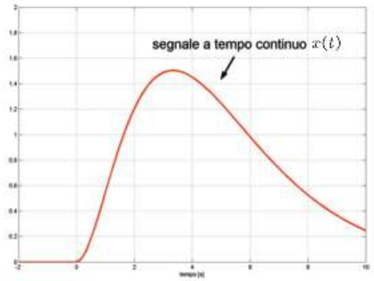
Conversione A/D



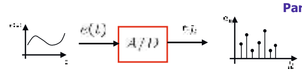
Consideriamo un segnale $x(t)$ a tempo continuo, continuo a tratti, limitato e identicamente nullo per tempi negativi.

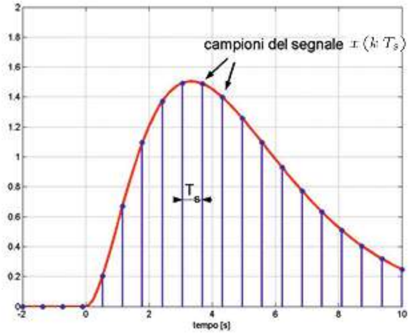
Al segnale applichiamo un campionamento periodico.

Che cosa significa?



Si estraggono dal segnale i valori assunti in corrispondenza di una successione di istanti di tempo multipli interi di un intervallo di tempo fissato, chiamato periodo di campionamento T_s





Di conseguenza si definiscono:

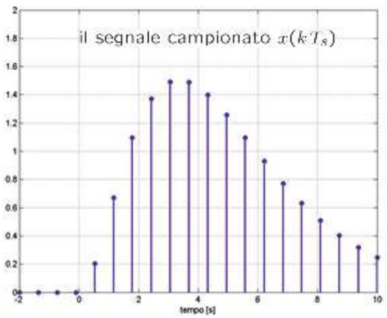
$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$ pulsazione di campionamento

$f_s = \frac{1}{T_s}$ frequenza di campionamento

$$\{t = kT_s \quad k = 0, 1, 2, \ldots\}$$

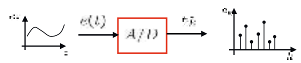
- Si ottiene una sequenza di valori numerici (valori assunti dal segnale a tempo continuo $x(t)$ in corrispondenza della successione di istanti di tempo $\{kT_s\}_{k=0,1,2,\ldots}$)

- Si ottiene ancora un segnale, definito soltanto negli istanti discreti di tempo considerati.



$$x_k \longrightarrow \{x(t), \quad t = kT_s \quad k = 0, 1, 2, \ldots\}$$

Osservazioni



Nell'operazione A/D ovviamente si perde qualcosa:

- **Perdita di informazione** (ne parliamo più avanti)
- **Codifica digitale** (quantizzazione, distorsioni non lineari)

$$e(t) \rightsquigarrow e_k = e(kT_s) \rightsquigarrow 0\ 1\ 10\ 10 \ldots$$

Non affrontiamo questa problematica!

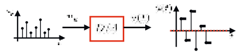
- **Non ci interessa come siano realizzati i dispositivi di conversione A/D.**

- Il convertitore A/D "semplificato" si rappresenta come un "**campionatore impulsivo**" o "**campionatore istantaneo**"

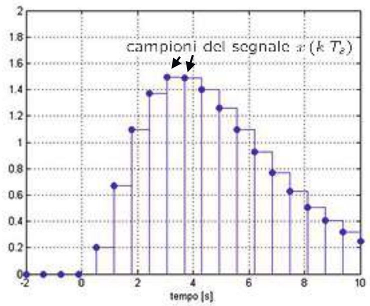
$$e(t) \rightsquigarrow e_k = e(kT_s)$$

Conversione D/A (ZOH tenuta di ordine 0)

$$x(t) = x_k, \quad kT_H \leq t < (k+1)T_H$$



Tra l'istante kT_H ed il successivo $(k+1)T_H$ il **segnale** $x(t)$ in uscita viene mantenuto **costante**, di valore pari a quello del campione x_k della sequenza a tempo discreto in ingresso al convertitore.



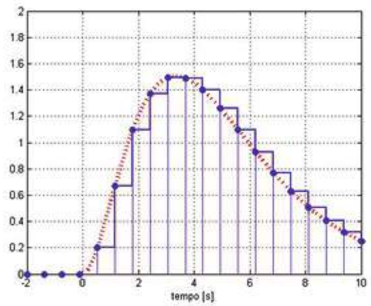
T_H : periodo di mantenimento

Osservazioni

- Se con T_H indichiamo il periodo di mantenimento, si definiscono allora
  - **Frequenza di mantenimento** $f_m = \frac{1}{T_H}$
  - **Pulsazione di mantenimento** $\omega_m = \frac{2\pi}{T_H}$
- Anche stavolta trascuriamo i problemi dovuti alla codifica digitale (il segnale reale in ingresso al DAC è digitale, quindi quantizzato).
- Di solito il periodo di campionamento T_s e quello di mantenimento T_H hanno la stessa durata.

Osservazioni finali su A/D e D/A

- Anche considerando assente la distorsione da quantizzazione, le operazioni di conversione A/D e D/A non sono una l'inversa dell'altra!
- Applicando l'uscita di un "campionatore impulsivo" all'ingresso di uno ZOH, all'uscita dello ZOH non si ottiene il segnale a tempo continuo di partenza!



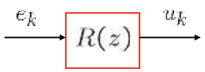
L'uscita dello ZOH è una "gradinata" che approssima il segnale, in ritardo.

Controllore

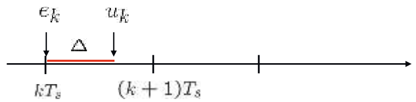
Il controllore è un sistema a tempo discreto ovvero è di fatto un algoritmo di calcolo (in ciò risiede in effetti la potenzialità del controllo digitale).

$$u_k = f(u_{k-1}, u_{k-2}, \ldots, e_k, e_{k-1}, \ldots)$$

La **Z—trasformata** permette di utilizzare un formalismo algebrico analogo a quello a tempo continuo:



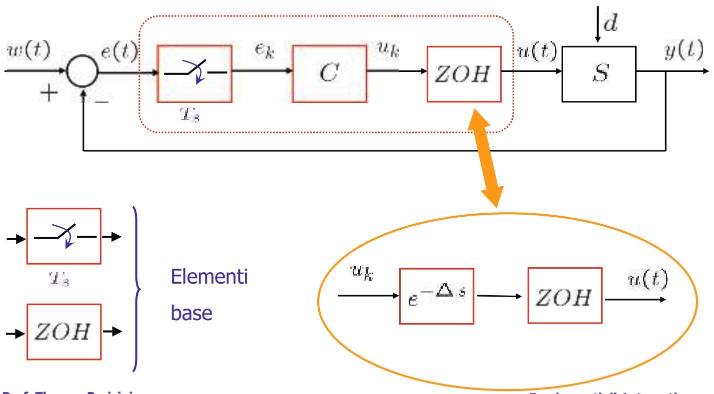
Temporizzazione



Evidentemente il tempo di elaborazione necessario per calcolare il campione della sequenza di controllo deve essere inferiore al periodo di campionamento:

$$\Delta < T_s$$

Riassumendo: schema equivalente



- In tutto ciò che segue assumeremo nullo l'intervallo di tempo Δ necessario all'elaborazione della legge di controllo (in pratica lo assumiamo trascurabile rispetto alla durata del periodo di campionamento).

$$\Delta = 0$$

Idealmente

$$\Delta \ll T_s$$

Praticamente

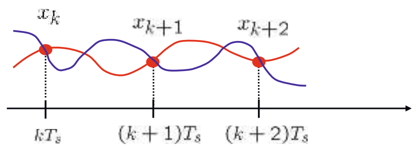
Campionamento ed informazione

Il problema dell’aliasing: cenni

Il teorema fondamentale del campionamento

Scelta del periodo di campionamento

Campionamento e informazione



In generale il **problema** di **ricostruire** la funzione continua a partire dai campioni è **mal posto** nel senso che tale ricostruzione non è univoca.

$$\left.\begin{array}{c} x_k,\ k = 0, 1, 2, \ldots \\ + \\ \text{Informazione a priori su } x(t) \end{array}\right\} \xrightarrow{?} x(t)$$

Effetti di distorsione per campionamento non corretto

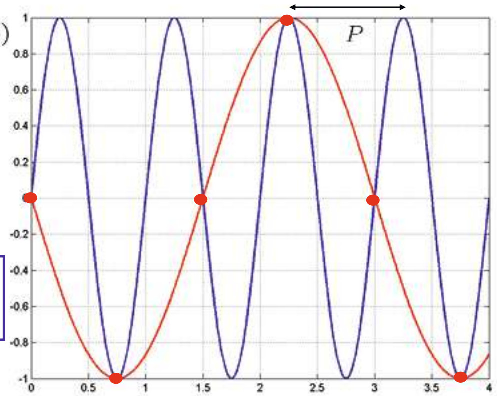
Campionamento di un segnale sinusoidale

$x(t) = \sin(\bar{\omega} t)$

$P = \dfrac{2\pi}{\bar{\omega}}$

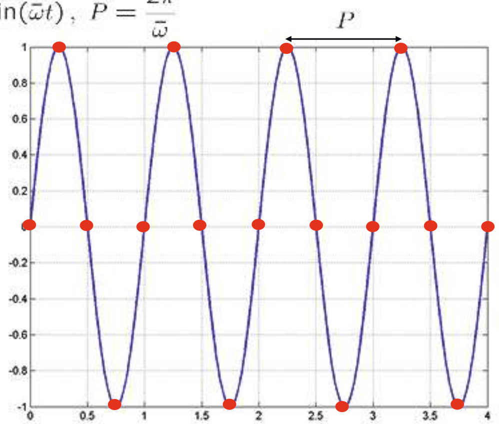
$T_s = \dfrac{3}{4} P = \dfrac{3\pi}{2\bar{\omega}}$

Aliasing
o equivocazione



Esistono sinusoidi con periodo $\bar{P} > P$ che producono gli stessi campioni

$x(t) = \sin(\bar{\omega}t)\,,\ \ P = \frac{2\pi}{\bar{\omega}}$



$T_s = \frac{1}{4}P = \frac{\pi}{2\bar{\omega}}$

no aliasing

Non esistono sinusoidi con periodo $\bar{P} > P$ che producono gli stessi campioni

Riassumendo: segnali sinusoidali

- Supponiamo di voler sottoporre a campionamento un segnale sinusoidale
  $$x(t) = X\,\sin(\omega\, t)$$
- Informazione **a priori** sulla pulsazione del segnale
  $$\omega < \bar{\omega} \iff P > \bar{P} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}}$$
- Scelta del campionamento
  $$T_s < \frac{\bar{P}}{2} \iff \omega_s > 2\bar{\omega}$$
- Risultato: **ricostruzione univoca** del segnale $x(t)$ a partire dai campioni $x_k = x(kT_s)$

Segnali a banda limitata

- Esiste un risultato valido in generale? Ricordiamo che si definiscono **segnali a banda limitata**
  - $x(t) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ $\quad\boxed{\omega_i \leq \bar{\omega} \quad \forall i}$
  - $x(t) = \int_0^{\bar{\omega}} \alpha(\omega)\sin[\omega\, t + \varphi(\omega)]\, d\omega$

  banda del segnale $\boxed{\omega \in [0\,,\,\bar{\omega}]}$

Teorema del campionamento

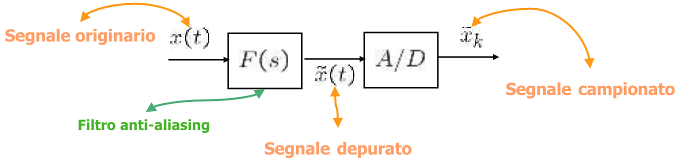
In generale, se il segnale a tempo continuo $x(t)$ è a banda limitata $B = [0, \bar{\omega}]$ e

se $\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} > 2\bar{\omega}$ $\Longrightarrow$ $x(t)$ è ricostruibile univocamente a partire dai campioni

$x_k,\ k = 0, 1, 2, \ldots$

Teorema fondamentale del campionamento

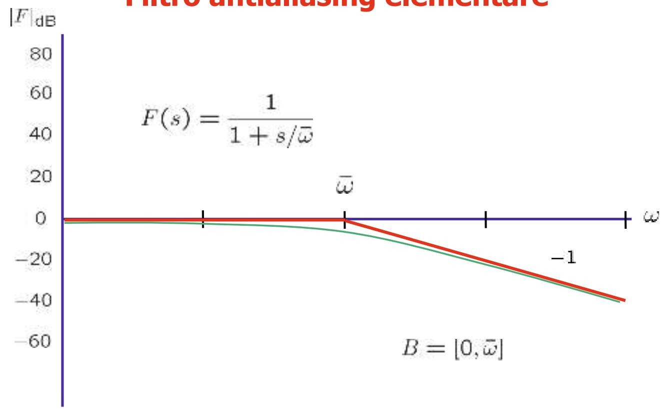
Come si campiona un segnale? Filtraggio antialiasing



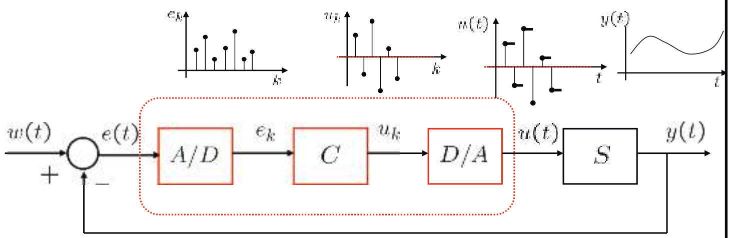
- L' informazione utile di $x(t)$ è confinata in $B = [0, \bar{\omega}]$
- $F(s)$ filtro passa-basso con banda passante $B = [0, \bar{\omega}]$

  Per esempio: $F(s) = \dfrac{1}{1 + s/\bar{\omega}}$
- Pulsazione di campionamento $\omega_s = \dfrac{2\pi}{T_s} > 2\bar{\omega}$

Filtro antialiasing elementare



Progetto di un controllore digitale



- Scelta di T_s
- Progetto di $R(z)$ (il controllore si ridurra` ad algoritmo di calcolo)

Trasformate Z

Scelta di T_s basata sulla banda

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} > 2\bar{\omega}$$

- Costi ➡ ω_s bassa
- Informazione: l'informazione utile nel segnale $e(t)$ è confinata in $B_c = [0, \bar{\omega}_c]$ (la pulsazione critica e` importante)

  ➡ $\omega_s > 2\bar{\omega}_c$

Regola empirica:

$$\alpha\bar{\omega}_c < \omega_s < 10\alpha\bar{\omega}_c \qquad 5 \leq \alpha \leq 10$$

$$\frac{2\pi}{10\alpha\bar{\omega}_c} < T_s < \frac{2\pi}{\alpha\bar{\omega}_c}$$

Scelta di T_s basata sul numero di campioni nel transitorio

- Caso (tipico): sistema di controllo con 2 poli dominanti, con coefficiente di smorzamento pari a $\bar{\xi}$ e pulsazione naturale $\bar{\omega}_n$
- L'intervallo di **tempo d'assestamento al 1%** è approssimativamente pari a

$$T_{a\,1\%} = \frac{5}{\bar{\xi}\,\bar{\omega}_n}$$

- Scegliere di avere **tra α e 10α campioni** nell'intervallo di tempo dato dal **tempo di assestamento al 1%** significa che

$$\frac{T_{a\,1\%}}{10\,\alpha} \le T_s \le \frac{T_{a\,1\%}}{\alpha} \qquad 5 \le \alpha \le 10$$

Scelta del controllore R(z)

- Discretizzazione di un controllore progettato a tempo continuo
- Tecniche dirette di progetto a tempo discreto
- Daremo soltanto alcuni **brevi cenni** al **primo approccio** …

Considerazioni

- Le **prestazioni** del sistema **dipendono** anche dalla **scelta** del periodo di **campionamento**! [cfr. FA Parte 1 – slide #63-69, FA Parte 11 – slide #65 e segg.]
- La **stabilità** del sistema deve venire analizzata con **criteri diversi** da quelli utilizzati nel caso di sistemi di controllo a tempo continuo [cfr. FA Parte 3 – slide #72-144].
- Il passaggio da controllore a tempo continuo a controllore digitale non è per nulla indolore, anzi va fatto con accortezza! [cfr. FA Parte 11 – slide #57 e segg.]

Progetto del controllore

Sistemi a segnali campionati

Progetto per approssimazione

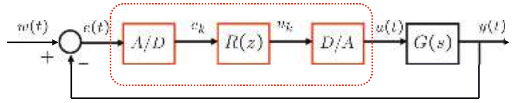
Progetto di un controllore a segnali campionati

- **Sintesi a tempo continuo** ed **implementazione a tempo discreto**: si dimensiona il regolatore basandosi su modelli a tempo continuo del sistema usando le tecniche classiche e poi si realizza in modo “approssimato” il regolatore nella forma a segnali campionati.

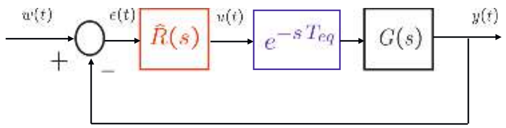
- Quale **strategia** si segue per il progetto preliminare a tempo continuo?

- Quali sono le **condizioni di applicabilità** di questa metodologia?

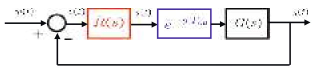
- Vogliamo **progettare** il sistema di controllo seguente, **a segnali campionati**



- **Trasformiamo** il problema in un altro problema di **progetto totalmente a tempo continuo**, equivalente, almeno in prima approssimazione, al problema originario



- Si può mostrare che per le tecniche che studieremo si ha:



$$e^{-sT_{eq}} = e^{-s\frac{T_s}{2}}$$

- Risolto il problema a tempo continuo, il controllore a segnali campionati viene determinato applicando una opportuna sostituzione di variabile

$$\hat{R}(s) \Rightarrow R(z)$$

$$s = \frac{n(z)}{d(z)}$$

Tecniche di progetto per discretizzazione

Metodi ~~di Eulero “all’indietro”,~~ di Tustin

Formule di discretizzazione: linee guida

- Vedremo soltanto alcune **tecniche** elementari, con **periodo di campionamento fisso**.
- Anche se quelle che descriveremo non saranno tecniche complesse (o anche per questo motivo), le **tecniche più utilizzate** tra quelle di progetto per discretizzazione approssimata sono proprio quelle che descriveremo.

Formule di discretizzazione

- formula BE ⟷ $\cancel{s = \frac{z-1}{T_s z}}$
- formula TU ⟷ $s = \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}$

Importante proprietà

- Le trasformazioni presentate garantiscono che se la FdT originaria del **regolatore a tempo continuo R(s)** è razionale a coefficienti costanti [R(s) è **sistema LTI**] allora
  - la FdT del regolatore a segnali campionati **R(z)** è anch'essa **razionale** (a coefficienti costanti);
  - il regolatore **R(z)** è quindi anch'esso un **sistema dinamico lineare e stazionario**.

Proprietà delle trasformazioni: conservazione della stabilità

- Come sono collocati zeri e poli del regolatore a segnali campionati R(z) ottenuto applicando la formula ~~BE o~~ TU, rispetto alla collocazione di zeri e poli del regolatore originario a tempo continuo R(s)?
- Partendo da un regolatore a tempo continuo R(s) ed applicando le formule viste si ottengono regolatori a segnali campionati differenti, con configurazioni di zeri/poli differenti.
- **Le formule ~~BE,~~ TU trasformano regolatori R(s) stabili in regolatori R(z) anch'essi stabili?**

Corrispondenza "s" ⟷ "z": formula BE

- Si vuole risolvere il problema

$$\{s \,:\, s \in \mathbb{C}, \Re(s) < 0\} \longleftrightarrow \{z \,:\, z \in \mathbb{C}, ?\}$$

$$s = \frac{z-1}{T_s\, z}$$

- Si tratta allora di analizzare la regione

$$\left\{z \,:\, z \in \mathbb{C}, \Re\left(\frac{z-1}{T_s\, z}\right) < 0\right\}$$

- Per trovare la regione del piano "z" descritta dalla relazione appena trovata, conviene porre

$$z = \sigma + j\omega$$

- Si ottiene così

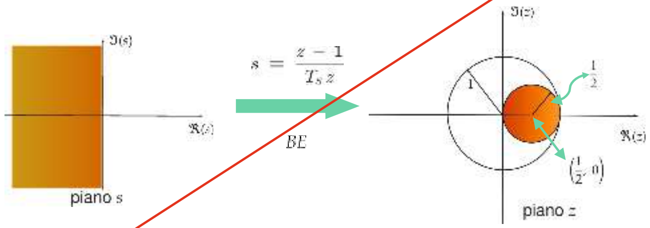
$$\Re\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{T_s(\sigma + j\omega)}\right) < 0$$

$$\frac{\sigma^2 - \sigma + \omega^2}{\sigma^2 + \omega^2} < 0$$

$$\left(\sigma - \frac{1}{2}\right) + \omega^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$\left(\sigma - \frac{1}{2}\right) + \omega^2 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

- La regione che abbiamo determinato è delimitata da una circonferenza di raggio ½ e centro in (+½ ,0) nel piano "z".



- La **trasformazione BE** allora **garantisce la stabilità**: passando da "s" a "z" sicuramente si ottengono "poli stabili" se la FdT di partenza possiede "poli stabili".

Corrispondenza "s" ⟷ "z": formula TU

- In maniera analoga a quanto fatto finora, si vuole risolvere il problema

$$\{s \,:\, s \in \mathbb{C}, \Re(s) < 0\} \longleftrightarrow \{z \,:\, z \in \mathbb{C}, ?\}$$

$$s = \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}$$

- Si tratta allora di analizzare la regione

$$\left\{z \,:\, z \in \mathbb{C}, \Re\left(\frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}\right) < 0\right\}$$

- Per trovare la regione del piano “z” descritta dalla relazione appena trovata, conviene ancora porre

$$z = \sigma + j\omega$$

- Si ottiene così

$$\Re\left(\frac{2}{T_s}\frac{\sigma - 1 + j\omega}{\sigma + 1 + j\omega}\right) < 0$$

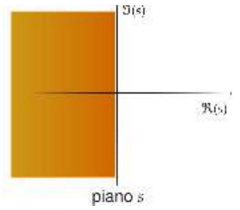
$$\Re\left[\frac{\sigma^2 - 1 + \omega^2 + 2j\omega}{(\sigma+1)^2 + \omega^2}\right] < 0$$

$$\sigma^2 + \omega^2 < 1$$

$\sigma^2 + \omega^2 < 1$

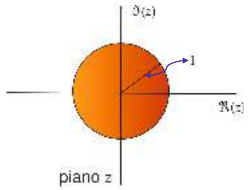
- Ma questa è la regione di “stabilità asintotica” per il piano “z”!

- Si vede facilmente che la corrispondenza è biunivoca: l’immagine della “regione di asintotica stabilità” nel piano “s” coincide con la “regione di asintotica stabilità” nel piano “z” e viceversa.



$$s = \frac{2}{T_s}\frac{z-1}{z+1}$$

$$z = \frac{1 + \frac{T_s}{2}s}{1 - \frac{T_s}{2}s}$$



- La **trasformata di Tustin conserva la stabilità**.

Proprietà delle trasformazioni: risposta in frequenza

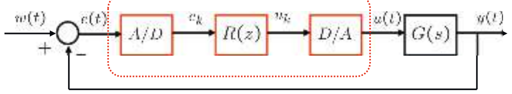
- È possibile garantire in qualche modo prestazioni espresse tramite la risposta in frequenza (es. pulsazione a -3 dB, attenuazione in una banda assegnata, picchi di risonanza ecc.) utilizzando queste tecniche di progetto approssimato?

- In generale **NON si possono soddisfare specifiche sulla risposta in frequenza** (ad es. posizione di picchi di risonanza o di anti-risonanza, estremi della banda passante, di transizione o bloccata) utilizzando le tecniche di progetto approssimate che stiamo analizzando.

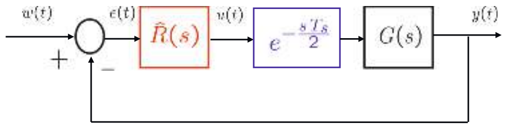
- L’errore che si commette sul margine di fase e sulla pulsazione ω_c del sistema è tanto più piccolo quanto maggiore è la pulsazione di campionamento ω_s rispetto alla pulsazione ω_c del sistema.

Ricapitolando: progetto approssimato a segnali campionati

- Per progettare un controllore a segnali campionati



si risolve un problema di progetto “equivalente” totalmente a tempo continuo



- Supponendo assegnate le specifiche di progetto per il controllore originario a segnali campionati, come si assegnano le **specifiche** per il **nuovo problema**?

- Le **specifiche** sulla **banda passante** e sul **margine di guadagno** rimangono le stesse del problema originario anche se
  - la tecnica di progetto non riesce a rispettare queste specifiche: la perdita di prestazioni è tanto minore quanto minore è il periodo di campionamento (cfr. Parte 11 #57 e segg.).
  - non c'è modo di quantificare (anche solo in maniera approssimata) di quanto degradano le prestazioni.

- Le **specifiche** su **margine di fase** e/o **sovraelongazione** nella risposta allo scalino e/o **smorzamento** dei **poli dominanti** vanno "maggiorate" tenendo conto del termine

$$e^{-\frac{sT_s}{2}}$$

- Infatti, assegnata la specifica sul margine di fase $\bar{\varphi}_m$ e la banda passante $\bar{\omega}_c$
  - per garantire il margine di fase desiderato va compensato *in modo conservativo* il fattore

$$\angle\left[e^{-\frac{sT_s}{2}} \Big|_{s=j\bar{\omega}_c} \right] \Rightarrow \delta_\varphi = -\frac{\bar{\omega}_c T_s}{2} \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

- Il progetto a tempo continuo procede allora come al solito, con l'accortezza di **garantire per il sistema margini di stabilità maggiori di quelli richiesti** [il termine di "ritardo equivalente" è soltanto una approssimazione …]

Esempio di progetto di regolatori per discretizzazione

Progetto
con le formule ~~BE,~~ TU

Esempio

- Consideriamo il processo descritto dalla FdT

$$G(s) = \frac{0.1\,(1-2\,s)}{s\,(1+10\,s)\,(1+0.1\,s)}$$

- Il regolatore a tempo continuo

$$R(s) = \frac{2\,(1+10\,s)}{(1+0.1\,s)}$$

consente di ottenere un margine di fase $\varphi_m \approx 64°$ alla pulsazione $\omega_c \approx 0.218$ rad/s.

Lo si verifichi!

- Scelta del **periodo di campionamento**
  - in base alla pulsazione critica d'anello aperto per il sistema a tempo continuo

$$\omega_c \approx 0.218 \text{ rad/s}$$

ed utilizzando la regola empirica (già vista nella slide #32-33)

$$\alpha\,\omega_c \le \omega_s \le 10\,\alpha\,\omega_c \qquad 5 \le \alpha \le 10$$

il periodo di campionamento potrebbe essere scelto nell'intervallo

$$\frac{\pi}{5\,\alpha\,\omega_c} \le T_s \le \frac{2\,\pi}{\alpha\,\omega_c} \qquad 5 \le \alpha \le 10$$

cioè

$$\frac{2.88}{\alpha} \le T_s \le \frac{28.82}{\alpha} \qquad 5 \le \alpha \le 10$$

- Una scelta plausibile sembra $T_s = 1$ s
- Proviamo a discretizzare il regolatore originario a tempo continuo R(s) con le tecniche BE e TU.
- Otterremo 2 regolatori differenti, dei quali andremo a confrontare le prestazioni.
- Perdita stimata di margine di fase:

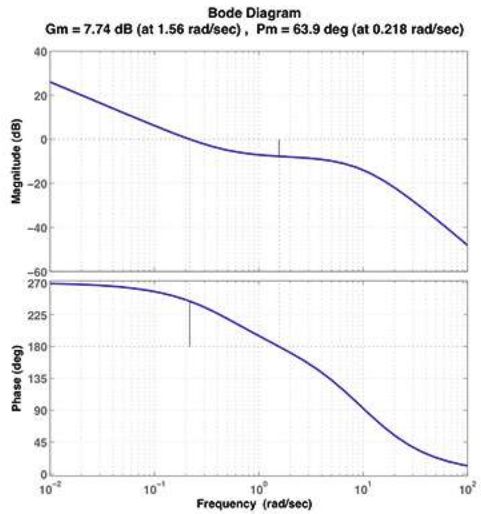
$$\delta_\varphi = -\frac{\bar{\omega}_c T_s}{2} \cdot \frac{180°}{\pi} \quad \Rightarrow \quad \delta_\varphi \approx -6°$$

- Esempio in Matlab: **progettoBE_TU.m**

- Progetto BE $\quad R_{BE}(z) = 20\,\dfrac{\left(z-\frac{10}{11}\right)}{\left(z-\frac{1}{11}\right)} \qquad T_s = 1$

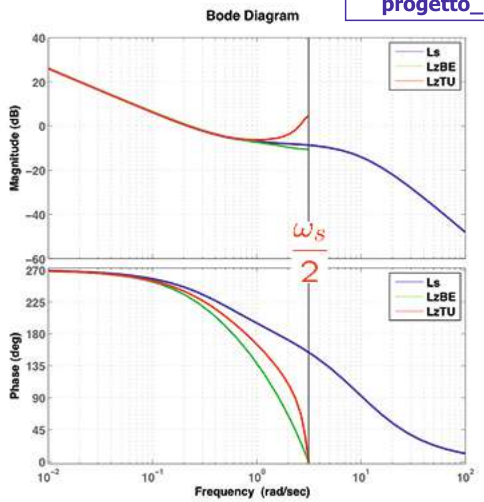
- Progetto TU $\quad R_{TU}(z) = 35\,\dfrac{\left(z-\frac{19}{21}\right)}{\left(z+\frac{2}{3}\right)} \qquad T_s = 1$

- Le loro prestazioni sono descritte dalle figure seguenti. Si noti il degrado di prestazioni per il margine di fase (calcolato) ed anche per il margine di guadagno e banda passante (cfr. FA parte 11, #65).



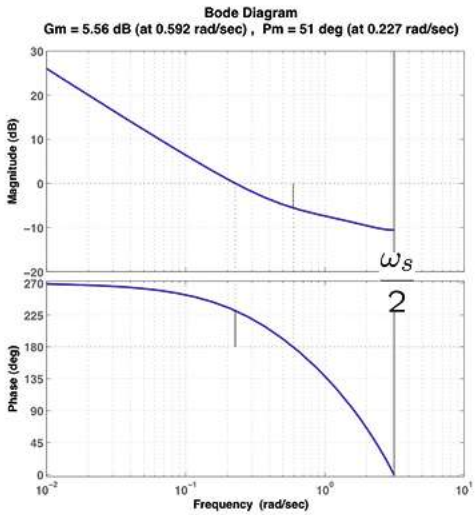
Prestazioni del sistema a tempo continuo

progetto_BE_TU.m



Confronto: risposte in frequenza dei tre progetti: a tempo continuo, con BE, con TU.

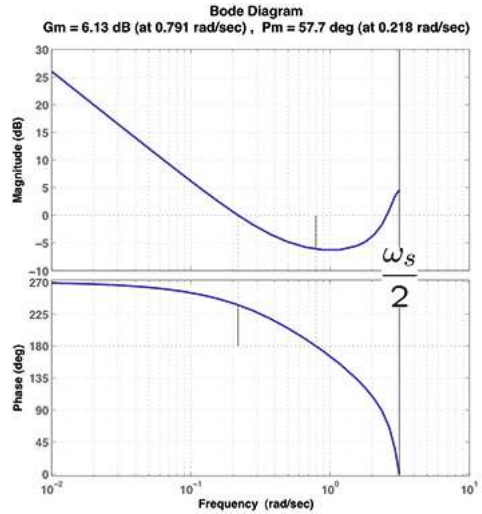
$T_s = 1$



Prestazioni del progetto con la tecnica BE:

cfr. i margini di stabilità con i risultati di #75

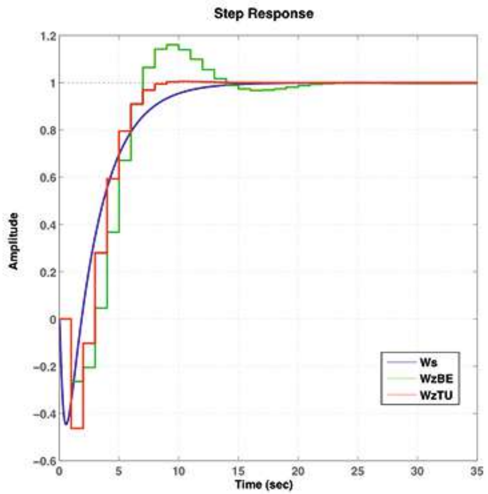
$T_s = 1$



Prestazioni del progetto con la tecnica TU:

cfr. i margini di stabilità con i risultati di #75

$T_s = 1$

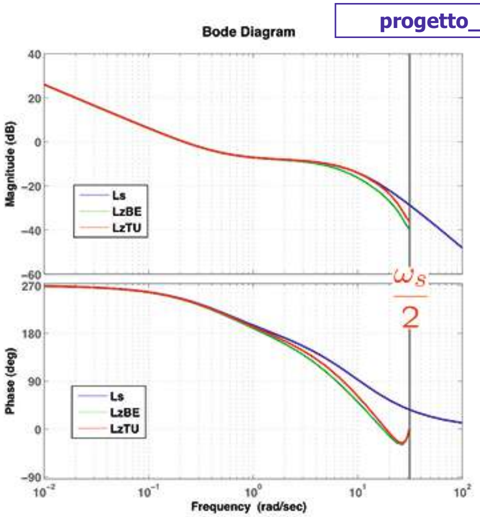


Confronto: risposte allo scalino dei tre progetti: a tempo continuo, con BE, con TU.

$$T_s = 1$$

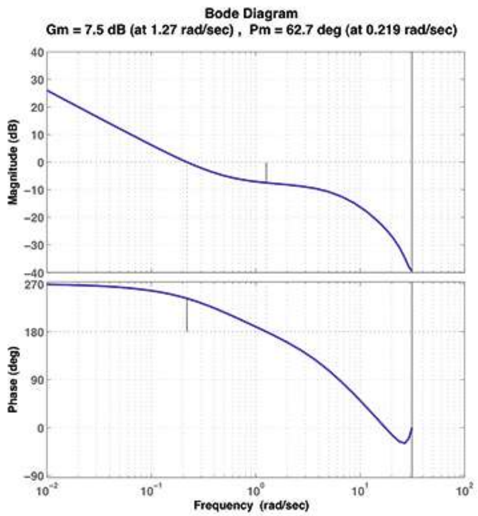
- Con periodo di campionamento pari invece a $T_s = 0.1$
- Progetto BE $R_{BE}(z) = 101 \dfrac{\left(z - \frac{100}{101}\right)}{\left(z - \frac{1}{2}\right)}$
- Progetto TU $R_{TU}(z) = 134 \dfrac{\left(z - \frac{199}{201}\right)}{\left(z - \frac{1}{3}\right)}$
- $\delta_\varphi = -\dfrac{\bar{\omega}_c T_s}{2} \cdot \dfrac{180°}{\pi}$ ➡ $\delta_\varphi \approx -1°$
- Le prestazioni dei 2 regolatori ottenuti sono descritte nelle figure successive

progetto_BE_TU.m



Confronto: risposte in frequenza dei tre progetti: a tempo continuo, con BE, con TU.

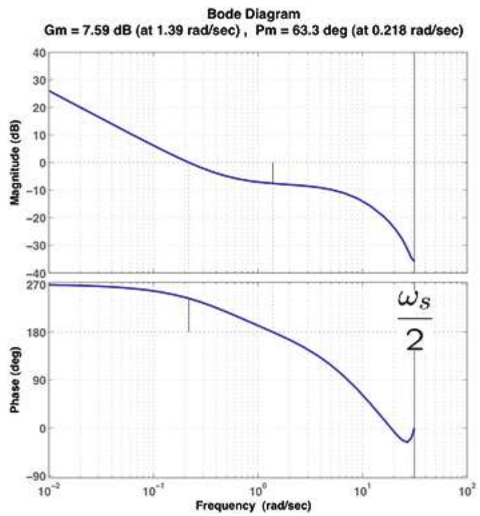
$$T_s = \frac{1}{10}$$



Prestazioni del progetto con la tecnica BE:

cfr. i margini di stabilità con i risultati di #75

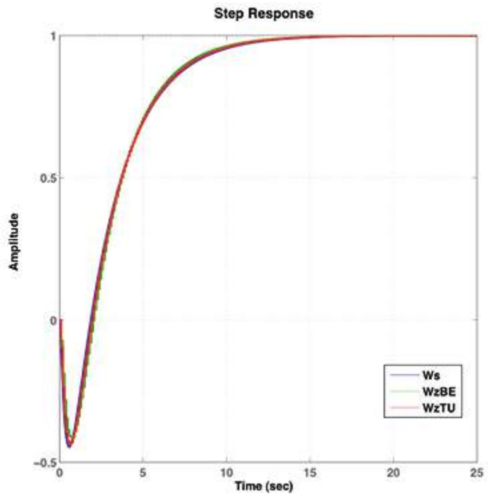
$$T_s = \frac{1}{10}$$



Prestazioni del progetto con la tecnica TU:

cfr. i margini di stabilità con i risultati di #75

$$T_s = \frac{1}{10}$$



Confronto: risposte allo scalino dei tre progetti: a tempo continuo, con BE, con TU.

$$T_s = \frac{1}{10}$$

Conclusioni

Sintesi di regolatori per discretizzazione
Tecniche approssimate BE, TU

Riassumendo …

- Progetto per conversione da continuo a discreto con formule approssimate "**Eulero all' indietro**", "**di Tustin**":
  - progetto **preliminare a tempo continuo**, in "s"
  - si tiene conto del campionamento e ricostruzione inserendo nella FdT di ciclo aperto in "s" un termine di **ritardo finito equivalente** pari a $e^{-\frac{T_s s}{2}}$
  - ottenuto un regolatore R(s) che soddisfa le specifiche "irrobustite", **si applica la formula (BE, TU)** e si ottiene R(z).

Osservazioni …

- Il **progetto** si completa **totalmente "a tempo continuo"**.
- L'effetto del **dispositivo di tenuta (ZOH)** è soltanto **approssimato**.
- Le **formule di discretizzazione** sono **approssimazioni** della formula esatta del campionamento.
- C'è **scarso controllo sulle prestazioni finali** in frequenza (imprecisioni nell'imporre una larghezza di banda desiderata e/o margini di stabilità ecc.) e nel tempo (es. richieste sulla durata del transitorio …)

- Esistono tecniche di progetto che danno risultati migliori: saranno approfondite in altri corsi!