

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI  
A.A. 2018/2019

18 gennaio 2019

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

## Esercizio 1

### Domanda 1.1

Si vuole discretizzare per campionamento (con la tecnica di *campionamento e tenuta*) il sistema lineare a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + 2x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) - 2x_2(t) \end{cases}$$

Determinare le matrici delle equazioni di stato del sistema discretizzato, utilizzando il valore 1 s per il periodo di campionamento.

**Domanda 1.2**

Si enunci il Teorema di Lyapunov **per sistemi lineari** a tempo discreto.

**Domanda 1.3**

Si sfrutti il Teorema di Lyapunov per **sistemi lineari a tempo discreto** per individuare una funzione di Lyapunov quadratica per il sistema:

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= -x_1(k) \\ x_2(k+1) &= x_1(k) - 2x_2(k) \end{cases}$$

**Esercizio 2**

Di un **processo stocastico stazionario a valore atteso nullo**  $y(t)$  sono noti i seguenti campioni di una realizzazione

$$y(1) = 2.0, y(2) = 0.0, y(3) = -1.4, y(4) = 2.7, y(5) = 2.1$$

**Domanda 2.1**

A partire da questi dati si identifichi un modello che minimizzi la cifra di merito

$$J = \frac{1}{4} \sum_{t=2}^5 [y(t) - \hat{y}(t|t-1)]^2$$

nella classe di modelli

$$\mathcal{M} : y(t) = ay(t-1) + \epsilon(t) \quad \epsilon(\cdot) \sim \text{WN}(0, \lambda^2)$$

**Domanda 2.2**

Sfruttando il risultato ottenuto nella risposta alla domanda precedente, determinare una stima della varianza di rumore del modello  $\lambda^2$ .